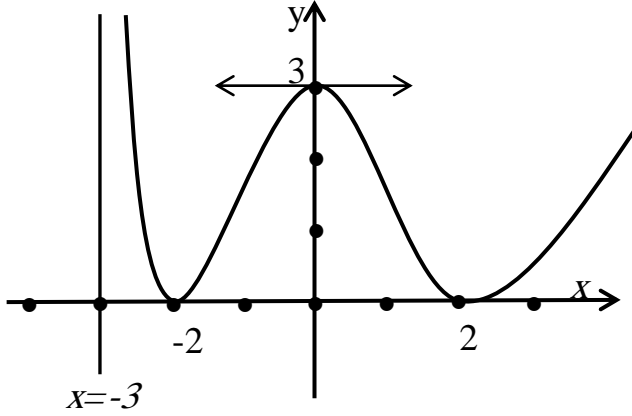


(٤٠ درجة لكل سؤال)

أولاً: أجب عن كل الأسئلة الأربعة الآتية:



**السؤال الأول:** في الشكل المجاور  $C$  خط بياني لتابع  $f$ :

١. كم حلاً للمعادلة  $f(x) = 2$

٢. أوجد  $\lim_{x \rightarrow -3^+} f(x)$  ،  $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$

٣. احسب قيمة المشتق للتابع  $f$  عند  $(0)$ .

٤. كم قيمة صغرى أو كبرى محلياً للتابع  $f$ .

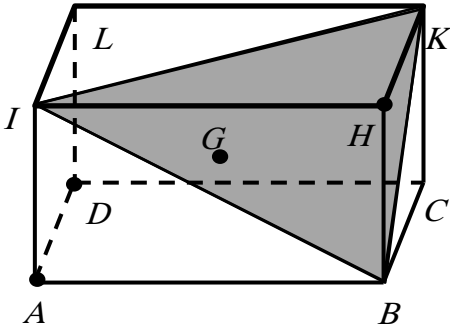
**السؤال الثاني:** ليكن العدد العقدي  $z \neq -3i$

و العدد العقدي  $w = \frac{z-3i}{z+3i}$  ، و المطلوب :

أثبت أن مجموعة النقاط  $M(z)$  التي يكون عندها  $w$  تخيلياً بحتاً ،

هي دائرة محذوف منها نقطة

**السؤال الثالث:** ليكن  $ABCDIFKL$  متوازي سطوح



و ليكن  $G$  مركز ثقل المثلث  $BIK$  باتخاذ المعلم  $(A, \overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AD}, \overrightarrow{AI})$  :

١. عيّن إحداثيات النقاط  $G, H, K, I, B, D$ .

٢. أثبت الارتباط الخطي للشعاعين  $\overrightarrow{DH}$  ،  $\overrightarrow{DG}$  ، ماذا تستنتج؟

**السؤال الرابع:** ادرس قابلية الاشتقاق للتابع  $f(x) = x\sqrt{1-x^2}$  عند  $(1)$  :

ثانياً: حل التمارين الأربعة الآتية:

(٦٠ درجة لكل سؤال)

**التمرين الأول:** لدينا التابع :  $f(x) = \frac{x^2-4}{x+1}$  ، و المطلوب:

• أوجد  $f'(x)$ .

• استنتج مشتق  $g(x) = \frac{x-4}{\sqrt{x}+1}$

**التمرين الثاني:** لدينا ثلاث نقاط  $M(4, -1, 2)$  ،  $B(2, 3, 6)$  ،  $A(2, 3, 0)$

لا تقع على استقامة واحدة ، و المطلوب:

١. أثبت أن كل نقطة  $Q$  من المستقيم  $(AB)$  هي من الشكل  $(2, 3, z)$

٢. احسب  $MQ$  بدلالة  $z$

٣. عند أية قيمة للعدد  $z$  يكون  $MQ$  أصغر ما يمكن ؟ حدّد إذا بعد  $M$  عن  $(AB)$

**التمرين الثالث:**  $(u_n)_{n \geq 0}$  متتالية معرفة وفق  $u_{n+1} = \frac{3u_n + 2}{2u_n + 6}$  ،  $u_0 = 1$  ، و المطلوب:

①. أثبت أن التابع  $f(x) = \frac{3x+2}{2x+6}$  متزايد تماماً.

②. أثبت بالتدريج أن  $\frac{1}{2} < u_n \leq 1$ .

**التمرين الرابع:** في معلم متجانس  $(\vec{0}, \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$  لدينا

$\vec{u} = (1, -1, -\frac{1}{2})$  شعاع توجيه المستقيم  $d_1$  المار من النقطة  $A(2, 1, 3)$

$\vec{v} = (0, 1, 2)$  شعاع توجيه المستقيم  $d_2$  المار من النقطة  $B(4, -2, 0)$

أثبت أن المستقيمين  $d_1$  ،  $d_2$  متقاطعان في نقطة.

**ثالثاً: حل كل من المسألتين الآتيتين:**

(١٠٠ درجة لكل مسألة)

**المسألة الأولى:** في المستوي العقدي  $(O, \vec{u}, \vec{v})$  ، المطلوب:

①. حل في  $C$  المعادلة  $z^2 - 2z + 2 = 0$  ، و اكتب الحلول بالصيغة الأسية.

②. النقط  $M, L, K$  تمثلها الأعداد العقدية  $z_M = -i\sqrt{3}$  ،  $z_L = 1 - i$  ،  $z_K = 1 + i$  ، و المطلوب:

١. أوجد العدد العقدي الممثل لـ  $N$  نظيرة  $M$  بالنسبة إلى النقطة  $L$ .

٢. بفرض  $R$  دوران مباشر مركزه  $(O)$  وزاويته  $\frac{\pi}{2}$  نضع  $R(N) = C$  ،  $R(M) = A$

بيّن أن  $z_C = (2 - \sqrt{3}) + 2i$  ،  $z_A = \sqrt{3}$

٣. بفرض  $z_B = 2 + \sqrt{3}i$  أثبت أن  $\frac{z_A - z_B}{z_C - z_B} = i$  و استنتج نوع المثلث  $ABC$ .

٤. صورة  $M$  وفق انسحاب شعاعه  $\vec{w} = 2\vec{v}$  أثبت أن الرباعي  $ABCD$  مربع.

**المسألة الثانية:** التابع :  $f(x) = x + \sqrt{x^2 + 1}$  ، و المطلوب:

①. ادرس نهاية  $f$  عند  $(-\infty)$  ، و اشرح التأويل الهندسي لهذه النتيجة.

②. أثبت أن المستقيم  $(\Delta)$  الذي معادلته  $(y = 2x)$  مقارب لـ  $C$  في  $(+\infty)$ .

③. ادرس الوضع النسبي لـ  $\Delta$  مع  $C$ .

④. ادرس تغيرات التابع  $f$  و نظم جدولاً بها .

⑤. ارسم كل مقارب وجدته ، ثم ارسم  $C$  .

❖ أنتهت الأسئلة ❖